

# 一元二次方程 (uqe)

## 【题目背景】

众所周知，对一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ ，可以用下述方式求实数解：

- 计算  $\Delta = b^2 - 4ac$ ，则：
  1. 若  $\Delta < 0$ ，则该一元二次方程无实数解；
  2. 否则  $\Delta \geq 0$ ，此时该一元二次方程有两个实数解  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ ；
    - 其中， $\sqrt{\Delta}$  表示  $\Delta$  的算术平方根，即使得  $s^2 = \Delta$  的唯一非负实数  $s$ 。
    - 特别的，当  $\Delta = 0$  时，这两个实数解相等；当  $\Delta > 0$  时，这两个实数解互异。

例如：

- $x^2 + x + 1 = 0$  无实数解，因为  $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$ ；
- $x^2 - 2x + 1 = 0$  有两相等实数解  $x_{1,2} = 1$ ；
- $x^2 - 3x + 2 = 0$  有两互异实数解  $x_1 = 1, x_2 = 2$ ；

在题面描述中  $a$  和  $b$  的最大公因数使用  $\gcd(a, b)$  表示。例如 12 和 18 的最大公因数是 6，即  $\gcd(12, 18) = 6$ 。

## 【题目描述】

现在给定一个一元二次方程的系数  $a, b, c$ ，其中  $a, b, c$  均为整数且  $a \neq 0$ 。你需要判断一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  是否有实数解，并按要求的格式输出。

在本题中输出有理数  $v$  时须遵循以下规则：

- 由有理数的定义，存在唯一的两个整数  $p$  和  $q$ ，满足  $q > 0$ ,  $\gcd(p, q) = 1$  且  $v = \frac{p}{q}$ 。
- 若  $q = 1$ ，则输出  $\{p\}$ ；否则输出  $\{p\}/\{q\}$ ；其中  $\{n\}$  代表整数  $n$  的值；
- 例如：
  - 当  $v = -0.5$  时， $p$  和  $q$  的值分别为  $-1$  和  $2$ ，则应输出  $-1/2$ ；
  - 当  $v = 0$  时， $p$  和  $q$  的值分别为  $0$  和  $1$ ，则应输出  $0$ 。

对于方程的求解，分两种情况讨论：

1. 若  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ，则表明方程无实数解，此时你应当输出 NO；
2. 否则  $\Delta \geq 0$ ，此时方程有两解（可能相等），记其中较大者为  $x$ ，则：
  - (1). 若  $x$  为有理数，则按有理数的格式输出  $x$ 。
  - (2). 否则根据上文公式， $x$  可以被唯一表示为  $x = q_1 + q_2\sqrt{r}$  的形式，其中：
    - $q_1, q_2$  为有理数，且  $q_2 > 0$ ；
    - $r$  为正整数且  $r > 1$ ，且不存在正整数  $d > 1$  使  $d^2|r$ （即  $r$  不应是  $d^2$  的倍数）；

此时：

1. 若  $q_1 \neq 0$ , 则按照有理数的格式输出  $q_1$ , 并再输出一个加号 +;
2. 否则跳过这一步输出;

随后：

1. 若  $q_2 = 1$ , 则输出 `sqrt({r})`;
2. 否则若  $q_2$  为整数, 则输出 `{q2}*sqrt({r})`;
3. 否则若  $q_3 = \frac{1}{q_2}$  为整数, 则输出 `sqrt({r})/{q3}`;
4. 否则可以证明存在唯一整数  $c, d$  满足  $c, d > 1, \gcd(c, d) = 1$  且  $q_2 = \frac{c}{d}$ , 此时输出 `{c}*sqrt({r})/{d}`;

上述表示中 `{n}` 代表整数  $n$  的值, 详见样例。

如果方程有实数解, 则按要求的格式输出两个实数解中的较大者。否则若方程没有实数解, 则输出 NO。

## 【输入格式】

从文件 `uqe.in` 中读入数据。

输入的第一行包含两个正整数  $T, M$ , 分别表示方程数和系数绝对值的上界;

接下来  $T$  行, 每行包含三个整数  $a, b, c$ 。

## 【输出格式】

输出到文件 `uqe.out` 中。

输出  $T$  行, 每行包含一个字符串, 表示对应询问的答案, 格式如题面所述。

每行输出的字符串中间不应包含任何空格。

## 【样例 1 输入】

```
1 9 1000
2 1 -1 0
3 -1 -1 -1
4 1 -2 1
5 1 5 4
6 4 4 1
7 1 0 -432
8 1 -3 1
9 2 -4 1
10 1 7 1
```

### 【样例 1 输出】

```

1 1
2 NO
3 1
4 -1
5 -1/2
6 12*sqrt(3)
7 3/2+sqrt(5)/2
8 1+sqrt(2)/2
9 -7/2+3*sqrt(5)/2

```

### 【样例 2】

见选手目录下的 *uqe/uqe2.in* 与 *uqe/uqe2.ans*。

### 【数据范围】

对于所有测试数据有:  $1 \leq T \leq 5000$ ,  $1 \leq M \leq 10^3$ ,  $|a|, |b|, |c| \leq M$ ,  $a \neq 0$ 。

测试点编号	$M \leq$	特殊性质 A	特殊性质 B	特殊性质 C
1	1	是	是	是
2	20	否		否
3			否	是
4		是		否
5				是
6				否
7, 8			是	
9, 10		否		是
				否

其中:

- 特殊性质 A: 保证  $b = 0$ ;
- 特殊性质 B: 保证  $c = 0$ ;
- 特殊性质 C: 如果方程有解, 那么方程的两个解都是整数。